

Треугольники. Вариант 1 (с решением)

Ответом к каждому из заданий является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответ в отведённом поле, начиная с первой клеточки. Каждый символ записывается в отдельной клеточке.

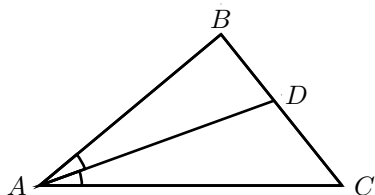
Пример записи ответа:

-	3	,	4	5
---	---	---	---	---

1. Ищем углы и линейные элементы

1

В треугольнике ABC известно, что $\angle BAC = 48^\circ$, AD — биссектриса. Найдите угол BAD . Ответ дайте в градусах.



Решение.

Так как AD — биссектриса, то

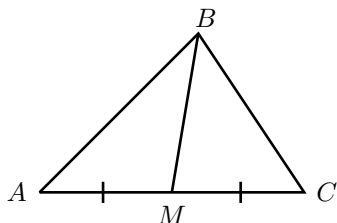
$$\angle BAD = \angle CAD = \frac{\angle BAC}{2} = \frac{48^\circ}{2} = 24^\circ.$$

Ответ:

2	4			
---	---	--	--	--

2

В треугольнике ABC известно, что $AC = 54$, BM — медиана, $BM = 43$. Найдите AM .



Решение.

Так как BM — медиана, то

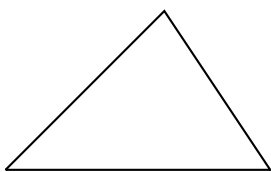
$$AM = MC = \frac{AC}{2} = \frac{54}{2} = 27.$$

Ответ:

2	7			
---	---	--	--	--

3

В треугольнике два угла равны 54° и 58° . Найдите его третий угол. Ответ дайте в градусах.



Решение.

Сумма трёх углов треугольника равна 180° . Тогда вычтем из 180° градусные меры двух данных углов и получим искомый угол.

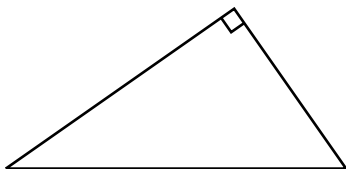
$$180^\circ - 54^\circ - 58^\circ = 68^\circ.$$

Ответ:

6	8			
---	---	--	--	--

4

Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 23° . Найдите его другой острый угол. Ответ дайте в градусах.



Решение.

Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90° . Тогда вычтем из 90° градусную меру данного острого угла и получим искомый угол.

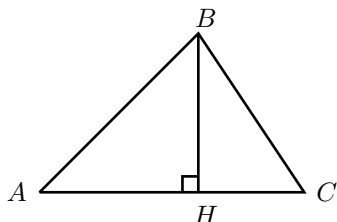
$$90^\circ - 23^\circ = 67^\circ.$$

Ответ:

6	7			
---	---	--	--	--

5

В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BH , $\angle BAC = 82^\circ$. Найдите угол ABH . Ответ дайте в градусах.



Решение.

В прямоугольном треугольнике ABH сумма острых углов равна 90° . Т. к. $\angle BAH = 82^\circ$, то

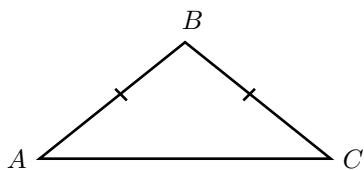
$$\angle ABH = 90^\circ - 82^\circ = 8^\circ.$$

Ответ:

8				
---	--	--	--	--

6

В треугольнике ABC известно, что $AB = BC$, $\angle ABC = 108^\circ$. Найдите угол BCA . Ответ дайте в градусах.



Решение.

Т.к. $AB = BC$, то $\triangle ABC$ — равнобедренный, значит $\angle A = \angle C$. Сумма углов треугольника равна 180° , значит

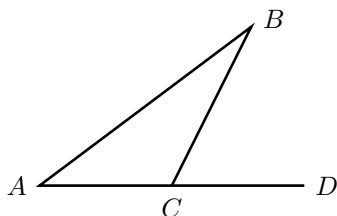
$$\angle C = \angle A = \frac{180^\circ - \angle B}{2} = \frac{180^\circ - 108^\circ}{2} = 36^\circ.$$

Ответ:

3	6			
---	---	--	--	--

7

В треугольнике ABC угол C равен 159° . Найдите внешний угол при вершине C . Ответ дайте в градусах.



Решение.

Внешний угол BCD является смежным с углом ACB , поэтому их сумма равна 180° . Тогда

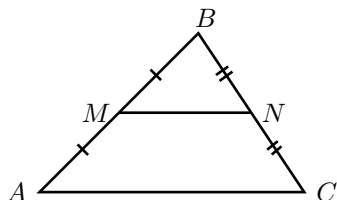
$$\angle BCD = 180^\circ - \angle ACB = 180^\circ - 159^\circ = 21^\circ.$$

Ответ:

2	1			
---	---	--	--	--

8

Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC , сторона AB равна 28, сторона BC равна 19, сторона AC равна 34. Найдите MN .



Решение.

Т.к. M и N — середины сторон AB и BC треугольника ABC , то MN — средняя линия треугольника, значит она равна половине AC .

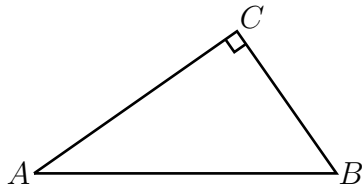
$$MN = \frac{AC}{2} = \frac{34}{2} = 17.$$

Ответ:

1	7			
---	---	--	--	--

9

Катеты прямоугольного треугольника равны 8 и 15. Найдите гипотенузу этого треугольника.



Решение.

Обозначим вершины треугольника, тогда сторона AB — гипотенуза, а стороны $AC = 15$ и $BC = 8$ — катеты, тогда по теореме Пифагора

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 = 15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289,$$

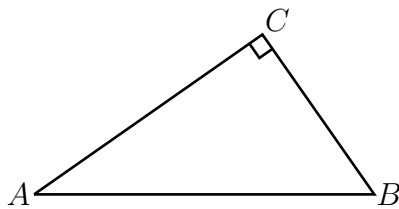
тогда $AB = \sqrt{289} = 17$.

Ответ:

1	7			
---	---	--	--	--

10

В прямоугольном треугольнике катет и гипотенуза равны 40 и 50 соответственно. Найдите другой катет этого треугольника.



Решение.

Обозначим вершины треугольника, тогда сторона $AB = 50$ — гипотенуза, а сторона $AC = 40$ — катет, тогда по теореме Пифагора

$$AB^2 = AC^2 + BC^2;$$

$$AC^2 = AB^2 - BC^2;$$

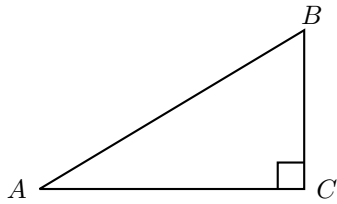
$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{50^2 - 40^2} = \sqrt{(50 + 40)(50 - 40)} = \sqrt{90 \cdot 10} = 30.$$

Ответ:

3	0			
---	---	--	--	--

2. Тригонометрия в прямоугольном треугольнике**11**

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 16$, $AB = 40$. Найдите $\sin B$.



Р е ш е н и е.

По определению синуса острого угла прямоугольного треугольника

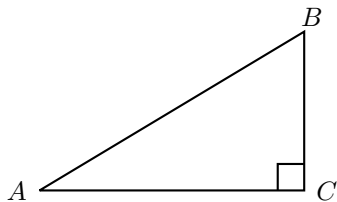
$$\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{16}{40} = 0,4.$$

Ответ:

0	,	4		
---	---	---	--	--

12

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 16$, $AB = 25$. Найдите $\cos B$.



Р е ш е н и е.

По определению косинуса острого угла прямоугольного треугольника

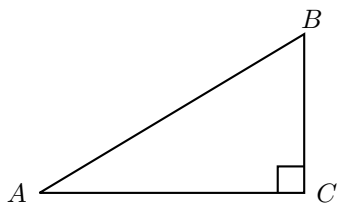
$$\cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{16}{25} = 0,64.$$

Ответ:

0	,	6	4	
---	---	---	---	--

13

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 5$, $AC = 3$. Найдите $\operatorname{tg} B$.



Р е ш е н и е.

По определению тангенса острого угла прямоугольного треугольника

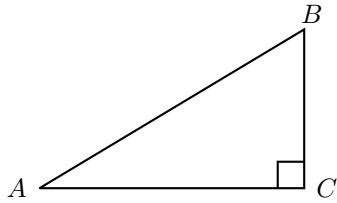
$$\operatorname{tg} B = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{5} = 0,6.$$

Ответ:

0	,	6		
---	---	---	--	--

14

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin B = \frac{3}{7}$, $AB = 21$. Найдите AC .



Решение.

По определению синуса острого угла прямоугольного треугольника

$$\sin B = \frac{AC}{AB}.$$

Выразим AC и подставим числовые данные

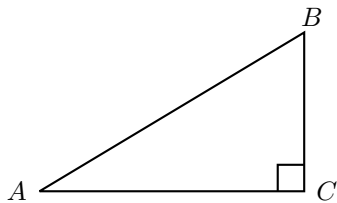
$$AC = AB \cdot \sin B = 21 \cdot \frac{3}{7} = \frac{21^3 \cdot 3}{7} = 9.$$

Ответ:

9				
---	--	--	--	--

15

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\cos B = \frac{5}{6}$, $AB = 18$. Найдите BC .



Решение.

По определению косинуса острого угла прямоугольного треугольника

$$\cos B = \frac{BC}{AB}.$$

Выразим BC и подставим числовые данные

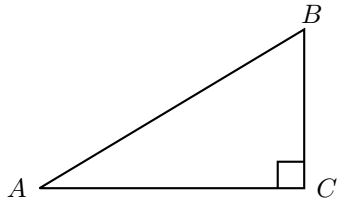
$$BC = AB \cdot \cos B = 18 \cdot \frac{5}{6} = \frac{18^3 \cdot 5}{6} = 15.$$

Ответ:

1	5			
---	---	--	--	--

16

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\operatorname{tg} B = \frac{3}{4}$, $BC = 12$. Найдите AC .



Р е ш е н и е.

По определению тангенса острого угла прямоугольного треугольника

$$\operatorname{tg} B = \frac{AC}{BC}.$$

Выразим AC и подставим числовые данные

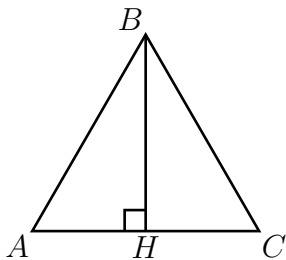
$$AC = BC \cdot \operatorname{tg} B = 12 \cdot \frac{3}{4} = \frac{12^3 \cdot 3}{4} = 9.$$

Ответ:

9				
---	--	--	--	--

17

Сторона равностороннего треугольника равна $14\sqrt{3}$. Найдите высоту этого треугольника.



Р е ш е н и е.

Обозначим вершины треугольника ABC и высоту BH . Тогда в прямоугольном треугольнике ABH катет BH равен произведению гипотенузы AB на синус угла A , который равен 60°

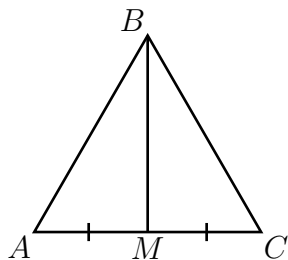
$$BM = AB \cdot \sin 60^\circ = 14\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 7 \cdot 3 = 21.$$

Ответ:

2	1			
---	---	--	--	--

18

Сторона равностороннего треугольника равна $16\sqrt{3}$. Найдите медиану этого треугольника.



Решение.

Обозначим вершины треугольника ABC и медиану BM . Так как треугольник ABC равносторонний, то медиана является высотой. Тогда в прямоугольном треугольнике ABM катет BM равен произведению гипотенузы AB на синус угла A , который равен 60°

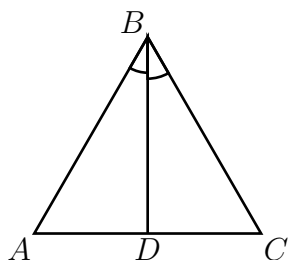
$$BM = AB \cdot \sin 60^\circ = 16\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 8 \cdot 3 = 24.$$

Ответ:

2	4			
---	---	--	--	--

19

Биссектриса равностороннего треугольника равна $12\sqrt{3}$. Найдите сторону этого треугольника.



Решение.

Обозначим вершины треугольника ABC и биссектрису BD . Так как треугольник ABC равносторонний, то биссектриса является высотой. Тогда в прямоугольном треугольнике ABD гипотенуза AB равна частному от деления катета BD на синус угла A , который равен 60°

$$AB = \frac{BD}{\sin 60^\circ} = \frac{12\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{12\sqrt{3} \cdot 2}{\sqrt{3}} = 24.$$

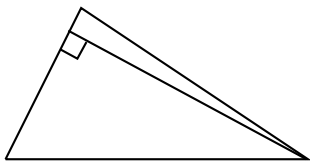
Ответ:

2	4			
---	---	--	--	--

3. Ищем площадь треугольника

20

Сторона треугольника равна 12, а высота, проведённая к этой стороне, равна 33. Найдите площадь этого треугольника.



Решение.

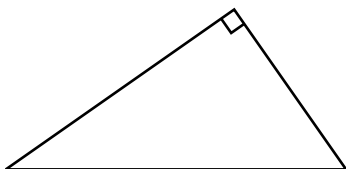
Площадь треугольника равна половине произведению основания на высоту. Основание равно 12. Высота — 33. Тогда площадь $\frac{12 \cdot 33}{2} = 6 \cdot 33 = 198$.

Ответ:

1	9	8		
---	---	---	--	--

21

Два катета прямоугольного треугольника равны 4 и 9. Найдите площадь этого треугольника.



Решение.

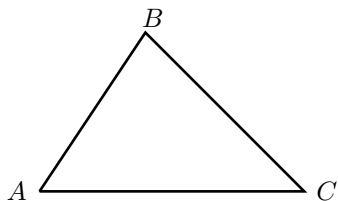
Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведению катетов. Тогда площадь $\frac{9 \cdot 4}{2} = 18$.

Ответ:

1	8			
---	---	--	--	--

22

В треугольнике ABC известно, что $AB = 12$, $BC = 15$, $\sin ABC = \frac{4}{9}$. Найдите площадь треугольника ABC .



Решение.

Площадь треугольника равна половине произведения сторон треугольника на синус угла между ними. Запишем формулу и подставим данные

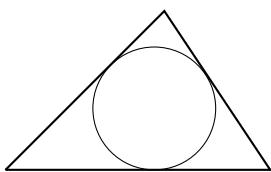
$$S = \frac{1}{2}ab \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 15 \cdot \frac{4}{9} = \frac{12^4 \cdot 15^5 \cdot 4}{2 \cdot 3 \cdot 3} = 40.$$

Ответ:

4	0			
---	---	--	--	--

23

Периметр треугольника равен 54, одна из сторон равна 15, а радиус вписанной в него окружности равен 1. Найдите площадь этого треугольника.



Р е ш е н и е.

Площадь треугольника равна произведению полупериметра на радиус вписанной окружности. Найдем полупериметр $54 : 2 = 27$ и подставим в формулу

$$S = pr = 27 \cdot 1 = 27.$$

Ответ:

2	7			
---	---	--	--	--