

Четырёхугольники. Вариант 1 (с решением)

Ответом к каждому из заданий является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответ в отведённом поле, начиная с первой клеточки. Каждый символ записывается в отдельной клеточке.

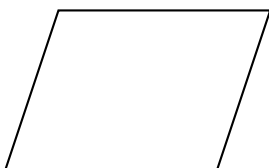
Пример записи ответа:

-	3	,	4	5
---	---	---	---	---

1. Ищем углы

1

Один из углов параллелограмма равен 91° . Найдите меньший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.



Решение.

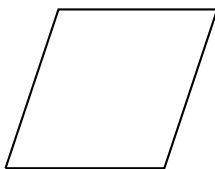
Так как сумма углов при смежных вершинах параллелограмма равна 180° , то меньший угол $180^\circ - 91^\circ = 89^\circ$.

Ответ:

8	9			
---	---	--	--	--

2

Один из углов ромба равен 43° . Найдите больший угол этого ромба. Ответ дайте в градусах.



Решение.

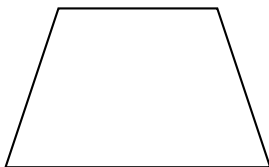
Так как сумма углов при смежных вершинах ромба равна 180° , то больший угол $180^\circ - 43^\circ = 137^\circ$.

Ответ:

1	3	7		
---	---	---	--	--

3

Один из углов равнобедренной трапеции равен 131° . Найдите меньший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



Решение.

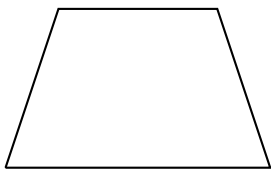
Так как сумма углов при боковой стороне трапеции равна 180° , то меньший угол $180^\circ - 131^\circ = 49^\circ$.

Ответ:

4	9			
---	---	--	--	--

4

Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 46° . Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



Решение.

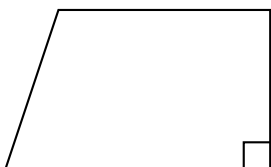
Так как сумма углов при боковой стороне трапеции равна 180° , значит 46° — это сумма углов при большем основании. Так как трапеция равнобедренная, то углы при основаниях равны. Тогда меньший угол равен $46^\circ : 2 = 23^\circ$. А больший угол $180^\circ - 23^\circ = 147^\circ$.

Ответ:

1	5	7		
---	---	---	--	--

5

Один из углов прямоугольной трапеции равен 139° . Найдите меньший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



Решение.

Сумма углов при боковой стороне трапеции равна 180° . Так как трапеция прямоугольная, то два угла равны по 90° .

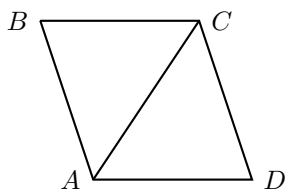
Тогда меньший угол $180^\circ - 139^\circ = 41^\circ$.

Ответ:

4	1			
---	---	--	--	--

6

В ромбе $ABCD$ угол ABC равен 84° . Найдите угол ACD . Ответ дайте в градусах.



Решение.

Противоположные углы ромба равны, значит $\angle ADC = \angle ABC = 84^\circ$.

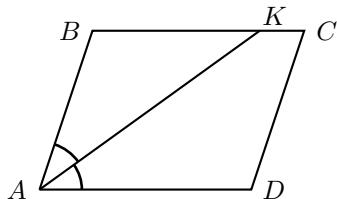
Стороны ромба равны, значит $\triangle ACD$ равнобедренный, тогда углы CAD и ACD при основании равны. Так как сумма углов в треугольнике ACD равна 180° , то $\angle ACD = (180^\circ - 84^\circ) : 2 = 48^\circ$.

Ответ:

4	8			
---	---	--	--	--

7

Найдите острый угол параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 33° . Ответ дайте в градусах.



Решение.

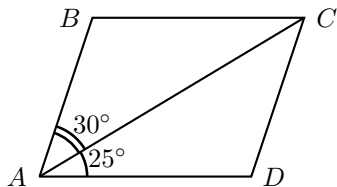
Так как противоположные стороны параллелограмма AD и BC параллельны, то накрест лежащие углы BKA и KAD равны, т. е. $\angle KAD = 33^\circ$. Т.к. AK — биссектриса, то угол $KAB = 33^\circ$, а значит острый угол $BAD = 33^\circ + 33^\circ = 66^\circ$.

Ответ:

6	6			
---	---	--	--	--

8

Диагональ AC параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные 25° и 30° . Найдите больший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.



Решение.

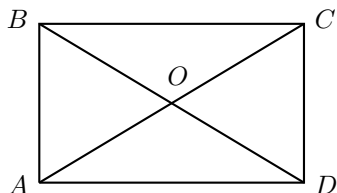
$\angle BAC = 30^\circ$, а $\angle CAD = 25^\circ$ по условию. Тогда $\angle BAD = 30^\circ + 25^\circ = 55^\circ$. Сумма углов при боковой стороне равна 180° . А значит больший угол $180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$.

Ответ:

1	2	5		
---	---	---	--	--

9

Диагональ прямоугольника образует угол 51° с одной из его сторон. Найдите острый угол между диагоналями этого прямоугольника. Ответ дайте в градусах.



Решение.

$\angle ABO = 51^\circ$ по условию. Так как диагонали прямоугольника равны и точкой пересечения делятся пополам, то $\triangle AOB$ равнобедренный. Значит углы при основании равны и $\angle BAO = 51^\circ$. Так как сумма углов в треугольнике BAO равна 180° , то $\angle AOB = (180^\circ - 51^\circ - 51^\circ) = 78^\circ$.

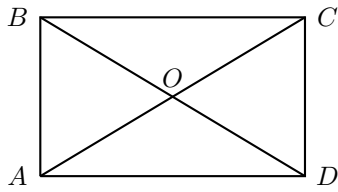
Ответ:

7	8			
---	---	--	--	--

2. Ищем линейные элементы

10

Диагонали AC и BD прямоугольника $ABCD$ пересекаются в точке O , $BO = 24$, $AB = 45$. Найдите AC .



Решение.

Так как диагонали прямоугольника равны и точкой пересечения делятся пополам, то

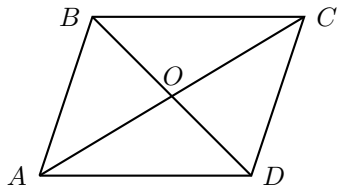
$$AC = BD = 2 \cdot BO = 2 \cdot 24 = 48.$$

Ответ:

4	8			
---	---	--	--	--

11

Диагонали AC и BD параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O , $AC = 12$, $BD = 20$, $AB = 7$. Найдите DO .



Решение.

Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам, значит

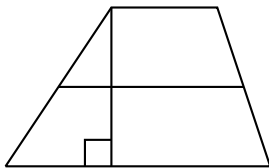
$$DO = \frac{BD}{2} = \frac{20}{2} = 10.$$

Ответ:

1	0			
---	---	--	--	--

12

Основания трапеции равны 11 и 19, а высота равна 9. Найдите среднюю линию этой трапеции.



Решение.

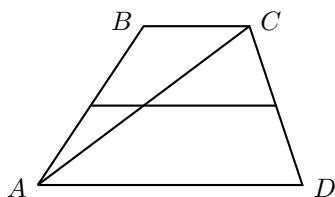
Средняя линия трапеции равна полусумме оснований, т. е. $\frac{11 + 19}{2} = 15$.

Ответ:

1	5			
---	---	--	--	--

13

Основания трапеции равны 1 и 19. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.



Решение.

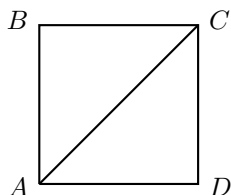
Отрезки, на которые диагональ делит среднюю линию трапеции являются средними линиями треугольников ABC и ACD . Средняя линия треугольника равна половине основания, значит один из отрезков равен 0,5, а другой 9,5.

Ответ:

9	,	5		
---	---	---	--	--

14

Сторона квадрата равна $2\sqrt{2}$. Найдите диагональ этого квадрата.



Решение.

Треугольник ABC прямоугольный. По теореме Пифагора

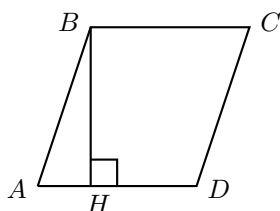
$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{8 + 8} = \sqrt{16} = 4.$$

Ответ:

4				
---	--	--	--	--

15

Сторона ромба равна 46, а один из углов этого ромба равен 150° . Найдите высоту этого ромба.



Решение.

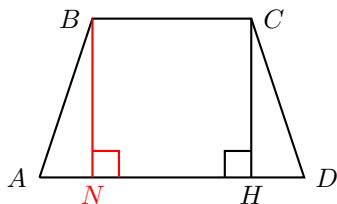
Так как тупой угол ромба равен 150° , то острый угол $180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$. Тогда в прямоугольном треугольнике ABH катет BH , лежащий против угла 30° равен половине гипотенузы AB , т.е. $BH = \frac{AB}{2} = \frac{46}{2} = 23$.

Ответ:

2	3			
---	---	--	--	--

16

Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины C , делит основание AD на отрезки длиной 3 и 11. Найдите длину основания BC .



Решение.

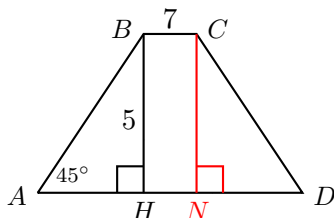
Пусть $AH = 11$, а $HD = 3$. Проведем высоту BN трапеции из точки B . Из равенства треугольников ABN и DCH следует, что $AN = HD = 3$. Тогда $NH = AH - AN = 11 - 3 = 8$. В прямоугольнике $NBCH$ противоположные стороны равны, $BC = NH = 8$.

Ответ:

8				
---	--	--	--	--

17

В равнобедренной трапеции известна высота, меньшее основание и угол при основании (см. рисунок). Найдите большее основание.



Решение.

В прямоугольном треугольнике ABH угол A равен 45° , значит второй острый угол тоже 45° . Значит треугольник ABH равнобедренный и $AH = BH = 5$. Проведем высоту CN . $ND = AH = 5$ (см. пример 16).

Тогда $AD = AH + HN + ND = 5 + 7 + 5 = 17$.

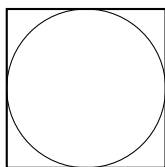
Ответ:

1	7			
---	---	--	--	--

3. Ищем площади

18

Найдите площадь квадрата, описанного около окружности радиуса 7.



Решение.

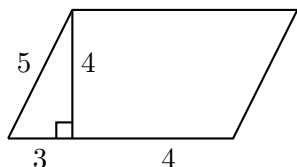
Площадь квадрата равна квадрату его стороны. Т. к. окружность вписана в квадрат, то сторона квадрата равна удвоенному радиусу, т. е. 14. Тогда площадь $14^2 = 196$.

Ответ:

1	9	6		
---	---	---	--	--

19

Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.



Решение.

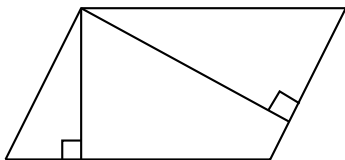
Площадь параллелограмма равна произведению основания на высоту, проведённую к этому основанию. Основание равно $3 + 4 = 7$. Высота — 4. Тогда площадь $7 \cdot 4 = 28$.

Ответ:

2	8			
---	---	--	--	--

20

Площадь параллелограмма равна 48, а две его стороны равны 8 и 16. Найдите его высоты. В ответе укажите меньшую высоту.



Решение.

Площадь параллелограмма равна произведению основания на высоту, проведённую к этому основанию. Выразим из этой формулы высоту и подставив данные найдём каждую из высот.

$$h_1 = \frac{S}{a} = \frac{48}{8} = 6; \quad h_2 = \frac{S}{a} = \frac{48}{16} = 3.$$

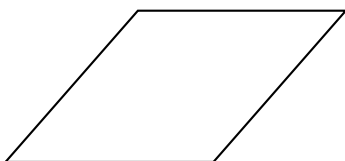
Нам нужна меньшая, т. е. 3.

Ответ:

3				
---	--	--	--	--

21

Периметр ромба равен 36, а один из углов равен 30° . Найдите площадь этого ромба.



Решение.

Ромб является параллелограммом с равными сторонами, поэтому воспользуемся формулой площади параллелограмма. Периметр ромба — это сумма четырёх его сторон, тогда сторона равна $36 : 4 = 9$. Запишем формулу и подставим данные

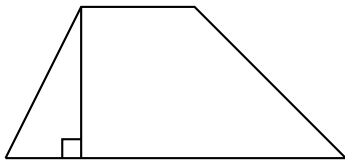
$$S = ab \sin \alpha = 9 \cdot 9 \cdot \sin 30^\circ = 9 \cdot 9 \cdot \frac{1}{2} = 40,5.$$

Ответ:

4	0	,	5	
---	---	---	---	--

22

Основания трапеции равны 8 и 14, а высота равна 5. Найдите площадь этой трапеции.



Решение.

Воспользуемся формулой площади трапеции

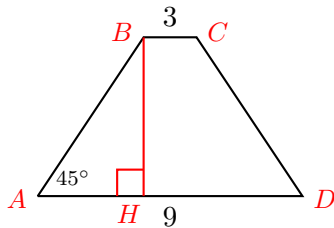
$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h = \frac{8+14}{2} \cdot 5 = 11 \cdot 5 = 55.$$

Ответ:

5	5			
---	---	--	--	--

23

В равнобедренной трапеции основания равны 3 и 9, а один из углов между боковой стороной и основанием равен 45° . Найдите площадь этой трапеции.



Решение.

Проведём высоту BH . Т. к. трапеция равнобедренная, то отрезок AH равен полуразности оснований, т. е. $(9 - 3) : 2 = 3$. В прямоугольном треугольнике ABH угол A равен 45° , значит второй острый угол тоже 45° . Тогда треугольник ABH равнобедренный и $AH = BH = 3$. По формуле площади трапеции найдём площадь:

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h = \frac{9+3}{2} \cdot 3 = 6 \cdot 3 = 18.$$

Ответ:

1	8			
---	---	--	--	--