

Последовательности. Вариант 1 (с решением)

Ответом к каждому из заданий является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответ в отведённом поле, начиная с первой клеточки. Каждый символ записывается в отдельной клеточке.

Пример записи ответа:

-	3	,	4	5
---	---	---	---	---

1

В амфитеатре 13 рядов. В первом ряду 23 места, а в каждом следующем на 3 места больше, чем в предыдущем. Сколько мест в десятом ряду амфитеатра?

Р е ш е н и е.

Количество мест в каждом ряду образует арифметическую прогрессию:

$$23, 26, 29, \dots$$

По условию задачи $a_1 = 23$, $d = 3$. Найдём количество мест в десятом ряду a_{10} по формуле n -ного члена $a_n = a_1 + d(n - 1)$:

$$a_{10} = a_1 + d(10 - 1) = 23 + 3 \cdot 9 = 23 + 27 = 50.$$

Ответ:

5	0			
---	---	--	--	--

2

В амфитеатре 10 рядов. В первом ряду 19 мест, а в каждом следующем на 3 места больше, чем в предыдущем. Сколько всего мест в амфитеатре?

Р е ш е н и е.

Количество мест в каждом ряду образует арифметическую прогрессию:

$$19, 22, 25, \dots$$

По условию задачи $a_1 = 19$, $d = 3$, $n = 10$. Чтобы найти общее количество мест, найдём сначала количество мест в последнем десятом ряду a_{10} .

$$a_{10} = a_1 + d(10 - 1) = 19 + 3 \cdot 9 = 19 + 27 = 46.$$

Теперь по формуле суммы n первых членов арифметической прогрессии $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ найдём общее количество мест:

$$S_{10} = \frac{a_1 + a_{10}}{2} \cdot 10 = \frac{19 + 46}{2} \cdot 10 = \frac{(19 + 46) \cdot 10^5}{2} = 65 \cdot 5 = 325.$$

Ответ:

3	2	5		
---	---	---	--	--

3

Камень бросают в глубокое ущелье. При этом в первую секунду он пролетает 8 метров, а в каждую следующую секунду на 10 метров больше, чем в предыдущую, до тех пор, пока не достигнет дна ущелья. Сколько метров пролетит камень за первые шесть секунд?

Р е ш е н и е.

Количество метров, которые пролетает камень каждую секунду образует арифметическую прогрессию:

$$8, 18, 28, \dots$$

По условию задачи $a_1 = 8$, $d = 10$, $n = 6$. Чтобы найти общее количество метров, найдём сначала сколько метров пролетит камень за пятую секунду a_6 .

$$a_6 = a_1 + d(6 - 1) = 8 + 10 \cdot 5 = 8 + 50 = 58.$$

Теперь по формуле суммы n первых членов арифметической прогрессии найдём общее количество метров

$$S_6 = \frac{a_1 + a_6}{2} \cdot 6 = \frac{8 + 58}{2} \cdot 6 = \frac{66}{2} \cdot 6 = 33 \cdot 6 = 198.$$

Ответ:

1	9	8		
---	---	---	--	--

4

При проведении опыта вещество равномерно охлаждали в течение 10 минут. При этом каждую минуту температура вещества уменьшалась на 8°C . Найдите температуру вещества (в градусах Цельсия) через 6 минут после начала проведения опыта, если его начальная температура составляла -6°C .

Р е ш е н и е.

Показания температуры образуют арифметическую прогрессию:

$$-6, -14, -22, \dots$$

По условию задачи $a_1 = -6$, $d = -8$, $n = 1 + 6$. Найдём температуру вещества a_7 по формуле n -ного члена

$$a_7 = a_1 + d(7 - 1) = -6 - 8 \cdot 6 = -6 - 48 = -54.$$

Ответ:

-	5	4		
---	---	---	--	--

5

В амфитеатре 14 рядов, причём в каждом следующем ряду на одно и то же число мест больше, чем в предыдущем. В пятом ряду 27 мест, а в восьмом ряду 36 мест. Сколько мест в последнем ряду амфитеатра?

Р е ш е н и е.

По условию задачи $a_5 = 27$, $a_8 = 36$. Нужно найти a_{14} .

Выразим, a_5 и a_8 через формулу n -ного члена и запишем систему.

$$\begin{cases} a_5 = a_1 + d(5 - 1), \\ a_8 = a_1 + d(8 - 1); \end{cases}$$

Решим систему, подставив данные величины

$$\begin{cases} 36 = a_1 + d(8 - 1), \\ 27 = a_1 + d(5 - 1); \end{cases} \quad \begin{cases} 36 = a_1 + 7d, \\ 27 = a_1 + 4d; \end{cases} \quad \begin{cases} 3d = 36 - 27, \\ 27 = a_1 + 4d; \end{cases}$$

Из первого уравнения получим $d = 3$, подставив во второе $a_1 = 27 - 4 \cdot 3 = 15$. Ещё раз воспользуемся формулой n -ного члена и найдём a_{14} .

$$a_{14} = 15 + 3 \cdot 13 = 54.$$

Ответ:

5	4			
---	---	--	--	--

6

В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается вдвое каждые 7 минут. В начальный момент масса изотопа составляла 640 мг. Найдите массу изотопа через 42 минуты. Ответ дайте в миллиграммах.

Р е ш е н и е.

Моменты времени, в которые измеряют массу изотопа образуют арифметическую прогрессию с первым членом $a_1 = 0$ и разностью $d = 8$: $0, 8, 16, \dots, 40, \dots$, а массы изотопа — геометрическую прогрессию с первым членом $b_1 = 320$ и знаменателем $q = \frac{1}{2}$: $320, 160, 80, \dots$.

Нужно найти массу изотопа b_n в момент времени $a_n = 40$.

Чтобы найти n , воспользуемся формулой n -ного члена арифметической прогрессии

$$a_n = a_1 + d(n - 1);$$

$$40 = 0 + 8(n - 1);$$

$$40 = 8n - 8;$$

$$48 = 8n.$$

Отсюда $n = 6$. Теперь, чтобы найти массу изотопа b_6 воспользуемся формулой n -ного члена геометрической прогрессии

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1};$$

$$b_6 = 320 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{6-1} = 320 \cdot \frac{1}{2^5} = \frac{320}{32} = 10.$$

Ответ:

1	0			
---	---	--	--	--

7

В ходе биологического эксперимента в чашку Петри с питательной средой поместили колонию микроорганизмов массой 10 мг. За каждые 30 минут масса колонии увеличивается в 3 раза. Найдите массу колонии микроорганизмов через 150 минут после начала эксперимента. Ответ дайте в миллиграммах.

Р е ш е н и е.

Моменты времени, в которые измеряют массу колонии микроорганизмов образуют арифметическую прогрессию с первым членом $a_1 = 0$ и разностью $d = 30$: $0, 30, 60, \dots, 150, \dots$, а массы колонии — геометрическую прогрессию с первым членом $b_1 = 10$ и знаменателем $q = 3$: $10, 30, 90, \dots$. Нужно найти массу колонии микроорганизмов b_n в момент времени $a_n = 150$.

Чтобы найти n , воспользуемся формулой n -ного члена арифметической прогрессии

$$a_n = a_1 + d(n - 1);$$

$$150 = 0 + 30(n - 1);$$

$$150 = 30n - 30;$$

$$180 = 30n;$$

$$n = 6.$$

Теперь, чтобы найти массу колонии микроорганизмов b_5 воспользуемся формулой n -ного члена геометрической прогрессии

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1};$$

$$b_5 = 10 \cdot 3^{6-1} = 10 \cdot 3^5 = 2430.$$

Ответ:

2	4	3	0	
---	---	---	---	--

8

Каучуковый мячик с силой бросили на асфальт. Отскочив, мячик подпрыгнул на 3,6 м, а при каждом следующем прыжке он поднимался на высоту в три раза меньше предыдущей. При каком по счёту прыжке мячик в первый раз не достигнет высоты 15 см?

Р е ш е н и е.

Высоты, на которые подлетает мячик каждую секунду образует геометрическую прогрессию: $60, 120, 40, \dots$

Заполним таблицу.

Номер отскока	1	2	3	4	5
Высота, см	360	120	40	$13\frac{1}{3}$	

После четвёртого отскока высота стала меньше 15 см.

Ответ:

4				
---	--	--	--	--

9

Поезд начал движение от станции. За первую секунду состав сдвинулся на 0,6 м, а за каждую следующую секунду он проходил на 0,1 м больше, чем за предыдущую. Сколько метров состав прошёл за первые 7 секунд движения?

Р е ш е н и е.

Рассмотрим движение поезда как арифметическую прогрессию, где:

$$a_1 = 0,6 \text{ м}, \quad d = 0,1 \text{ м}.$$

Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n - 1)d).$$

Подставим $n = 7$:

$$S_7 = \frac{7}{2} (2 \cdot 0,6 + (7 - 1) \cdot 0,1).$$

Вычислим:

$$S_7 = \frac{7}{2} (1,2 + 6 \cdot 0,1) = \frac{7}{2} (1,2 + 0,6) = \frac{7}{2} \cdot 1,8 = 7 \cdot 0,9 = 6,3 \text{ м}.$$

Ответ:

6	,	3		
---	---	---	--	--

10

Водитель автомобиля начал торможение. За секунду после начала торможения автомобиль проехал 30 м, а за каждую следующую секунду он проезжал на 4 м меньше, чем за предыдущую. Сколько метров автомобиль прошёл за первые 5 секунд торможения?

Р е ш е н и е.

Рассмотрим движение поезда как арифметическую прогрессию, где:

$$a_1 = 30 \text{ м}, \quad d = -4 \text{ м}.$$

Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n - 1)d).$$

Подставим $n = 5$:

$$S_5 = \frac{5}{2} (2 \cdot 30 + (5 - 1) \cdot (-4)).$$

Вычислим:

$$S_5 = \frac{5}{2} (60 + 4 \cdot (-4)) = \frac{5}{2} (60 - 16) = \frac{5}{2} \cdot 44 = 5 \cdot 22 = 110 \text{ м}.$$

Ответ:

1	1	0		
---	---	---	--	--

11

Водитель автомобиля начал торможение. За секунду после начала торможения автомобиль проехал 20 м, а за каждую следующую секунду он проезжал на 4 м меньше, чем за предыдущую. Сколько метров автомобиль прошёл до полной остановки?

Р е ш е н и е.

Рассмотрим движение автомобиля как арифметическую прогрессию, где:

$$a_1 = 20 \text{ м}, \quad d = -4 \text{ м}.$$

Автомобиль остановится, когда расстояние, пройденное за очередную секунду, станет меньше или равно нулю. Найдём, через сколько секунд это произойдет.

Формула для n -го члена арифметической прогрессии:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d.$$

Подставим $a_n \leq 0$:

$$20 + (n - 1) \cdot (-4) \leq 0.$$

Решим неравенство:

$$20 - 4(n - 1) \leq 0, 20 - 4n + 4 \leq 0, 24 - 4n \leq 0, -4n \leq -24, n \geq 6.$$

Автомобиль остановится через 6 секунд. Теперь найдём общее расстояние, пройденное за эти 6 секунд.

Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n - 1)d).$$

Подставим $n = 6$:

$$S_6 = \frac{6}{2} (2 \cdot 20 + (6 - 1) \cdot (-4)).$$

Вычислим:

$$S_6 = 3 (40 + 5 \cdot (-4)) = 3 (40 - 20) = 3 \cdot 20 = 60 \text{ м}.$$

Ответ:

6	0			
---	---	--	--	--